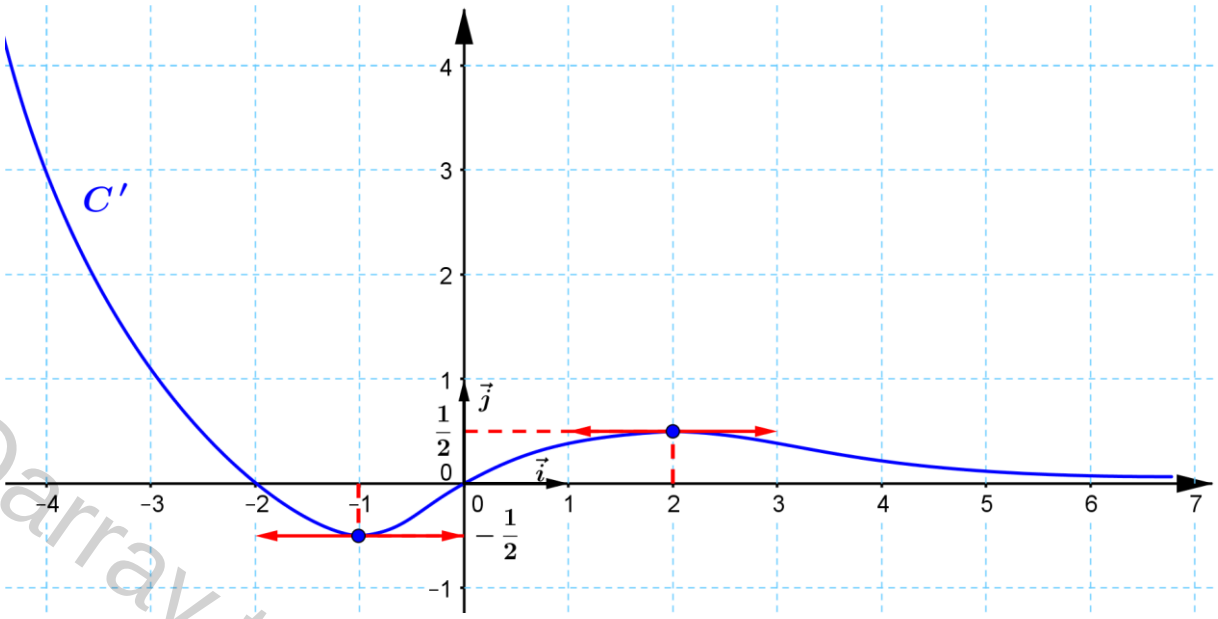
EXERCICE N°3 :	30'	6 points	

Soit f une fonction **deux fois dérivable** sur IR telle que $f(2)=2$ $f'(2)=\frac{1}{2}$ et C sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$,dans le graphique ci-dessous C' est la courbe de la fonction dérivée f' de f dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, l'axe des abscisses est une asymptote à C'.



En utilisant le graphique :

1°) Donner le sens de variation de f sur IR .

2°) a) Dresser le tableau de variation de f' sur IR, en déduire que C admet deux points d'inflexion dont on précisera leurs abscisses.

b) Justifier que C admet deux tangentes horizontales.

3°) a) Montrer que la tangente à C au point d'abscisse 2 passe par le point A(0,1).

b) Montrer que l'équation $f''(x)=\frac{1}{8}$ admet au moins une solution dans $]-2,2[$.

c) Montrer que : $2\le f(3)\le\frac{5}{2}$.

4°) Soit U la suite définie sur IN par $U_0=\frac{5}{2}$ et $U_{n+1}=f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n : $U_n\ge 2$.

b) Montrer que pour tout entier naturel n : $|U_{n+1}-2|\le\frac{1}{2}|U_n-2|$.

c) Montrer que pour tout entier naturel n : $|U_n-2|\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$, calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn